EXPERIENTIA

Vol. I - Nr. 2 Pag. 33-68 15. Mai 1945

L'état actuel de la théorie des particules élémentaires et des quanta

Par E. C. G. STUECKELBERG

§ 1. La théorie de l'électron de H. A. Lorentz et la signification des termes «quantum» et «particule élémentaire».

On sait que, lorsqu'on veut décrire le mouvement du corps le plus élémentaire (l'électron)[1], on se trouve placé devant des difficultés que LORENTZ a essayé de résoudre en donnant à l'électron une étendue finie. Mais, evidemment, on doit s'attendre à une mécanique relativement compliquée, puisque le champ électromagnétique de l'électron (champ propre $\vec{E}^{(\mathrm{ret})}$) agit sur l'électron même. En plus de ces complications, une vraie difficulté se présente, si l'on essaie d'adapter cet électron de LORENTZ, rigide et étendu, aux exigences de la théorie de relativité. En effet, le seul corps élémentaire que la relativité admette est le point matériel, c'est-à-dire un électron à «étendue nulle». Mais l'action du champ propre d'un tel électron ponctuel sur lui-même donne lieu à une masse m infinie, ou à une énergie de repos $m c^2 = \infty$. Cette difficulté a, comme nous le verrons plus loin, son analogue en théorie relativiste des quanta.

LORENTZ avait évité cette difficulté en disant: Comme la masse infinie provient de l'action d'une partie du champ $\vec{E}^{(\mathrm{ret})}$ de l'électron sur lui-même, négligeons donc l'action de cette partie de $\vec{E}^{(\mathrm{ret})}$. Cela revenait à dire qu'approximativement, l'électron occupait un volume fini dans l'espace, mais que ce volume était si petit qu'on pouvait le négliger dans la plupart des applications. Toutes ces idées et ces procédés vagues ont fait place aujourd'hui à une analyse précise de l'électron, où aucune approximation n'est plus nécessaire: On ne néglige plus rien, mais on base toute la théorie, dès son début, sur l'absence de ces termes de $\vec{E}^{(\mathrm{ret})}$, qui donnaient une masse infinie à l'électron ponctuel de LORENTZ.

Rappelons brièvement avec quelques détails la théorie de LORENTZ et essayons de passer à la limite de l'électron ponctuel:

Le champ électromagnétique $\vec{E}\ (\vec{z})$ à l'endroit de l'électron $\vec{z}$ est la cause du mouvement accéléré de l'électron (augmenté par le champ des forces nucléaires dans le cas des autres particules). Ce champ est la résultante formée, d'une part du champ incident $\vec{E}^{(\mathrm{inc})}$, provenant des ondes électromagnétiques qui arrivent sur l'électron considéré, et d'autre part du champ propre $\vec{E}^{(\mathrm{ret})}$ émis par cet électron lui-même à une époque antérieure. Une partie de ce champ propre produit une force d'inertie $-m_{\mathrm{el}}\ddot{\vec{z}}$ (m_{el} = masse électromagnétique qui dépend du rayon de l'électron choisi, $\ddot{\vec{z}}$ = accélération). D'autres parties produisent des forces d'un autre genre. Parmi ces forces, citons la force de freinage $m\tau\dddot{\vec{z}}$ [1], où τ est une durée caractéristique de la particule. Pour un électron sans spin, elle est reliée à la masse totale m et à la charge électronique e (en unité Heaviside) par

$$\tau = \frac{2}{3}\,\frac{1}{4\pi}\,\frac{e^2}{m c^3} = 0{,}6 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{sec.}^{2}$$

Mais la théorie de relativité exige que toute particule élémentaire ait une distribution de charge rigoureusement ponctuelle. Passons donc à la limite faisant tendre le rayon de l'électron vers zéro tout en laissant sa charge constante. L'électrodynamique de Maxwell fournit, dans cette limite, une masse électromagnétique m_{el} infinie.

Mais d'autres électrodynamiques classiques (BORN-INFELD (1934), WENTZEL (1934), DIRAC (1938), STUECKELBERG (1939)) sont possibles. Elles donnent à m_{el} une valeur finie, qu'on peut considérer alors comme la masse entière de la particule. Pour des périodes très longues par rapport à τ, et pour des champs faibles par rapport à $e^2 c^{-2} \tau^{-2}$, ces électrodynamiques se réduisent à celle de MAXWELL.

Une théorie moderne doit, non seulement satisfaire à la relativité, mais elle doit en plus pouvoir être quantifiée. En théorie des quanta, le problème semble d'abord être fort différent. En effet, la notion de particule élémentaire se confond avec celle d'un quantum d'énergie d'un champ. Les photons sont les quanta du champ vectoriel de MAXWELL (champ des photons), les électrons ceux du champ spinoriel de Dirac (champ des électrons), le champ des forces nucléaires donne lieu à des quanta, qui semblent correspondre à des particules observées dans les rayons cosmiques appelés les mésons, etc.

[1] Un corps élémentaire ou une particule élémentaire est un système mécanique qui a un nombre fini et relativement petit de degrés de liberté. Par exemple, un point de masse ou un corps rigide.

[1] $\dot{\vec{z}}$ est la vitesse, $\dddot{\vec{z}}$ le taux de variation de l'accélération.

[2] c = vitesse de la lumière.

Pour donner un exemple de cette double signification «quanta-particules», décrivons inversément, le champ des neutrons (champ dont les neutrons sont les quanta): C'est le champ de force entre un proton et un méson positif (analogue au champ de force électrique entre un proton et un électron, dont les photons sont les quanta). Cette force étant attractive, elle fait prévoir l'existence d'isobares du proton, particules composées d'un proton, et d'un ou plusieurs mésons positifs. Certaines expériences sur les collisions entre protons et neutrons, et en particulier le moment quadrupole du Deuteron, sont en effet souvent interprétées en termes de ces isobares du proton (fort instables) (cf. à ce sujet des travaux de WENTZEL (1940) à (1945), de WENTZEL et FIERZ (1944) et de leurs élèves).

§ 2. *La mécanique fonctionnelle.*

Essayons brièvement de décrire ce que sont les conséquences des nouvelles électrodynamiques classiques, dont nous avons parlé. Nous arriverons à la conception d'une mécanique fonctionnelle, qui permettra d'être traduite, sans aucune difficulté, dans le langage des quanta.

Considérons donc le problème simple, où un électron passe entre deux plaques chargées d'électricité (condensateur) qui produisent, dans chaque point $\vec{x}$, un champ $\vec{E}^{(\mathrm{inc})}(\vec{x})$ indépendant du temps t.

Avant d'entrer dans cet appareil, l'électron avait une position initiale $\vec{z}(-T)$ et une vitesse initiale $\dot{\vec{z}}(-T)$ observées (nous sommes en théorie non quantifiée) avec toute la précision voulue à l'époque initiale $t=-T$.

Cet électron décrit une trajectoire

$$\vec{z}(t)=\vec{F}\left(t+T;\ \vec{z}(-T),\ \dot{\vec{z}}(-T)\right) \tag{2}$$

donnant, à tout instant t (à $t+T$ après l'époque initiale $-T$), la position de la particule. L'ensemble des données initiales permises $\left(\vec{z}(-T)\text{ et }\dot{\vec{z}}(-T)\right)$ détermine ainsi la famille de fonctions (2). On peut calculer, à partir de l'observation (2), $m\ddot{\vec{z}}\,(t)$ et l'on trouve, pour un mouvement lent, que cette quantité vaut la force $e\,\vec{E}^{(\mathrm{inc})}\left(\vec{z}(t)\right)$ et, par conséquent, l'équation de NEWTON:

$$m\ddot{\vec{z}}(t)=e\vec{E}^{(\mathrm{inc})}\left(\vec{z}(t)\right) \tag{3}$$

est vérifiée. La famille (2) doit donc être, dans cette limite du mouvement lent (caractérisé par $|\tau\dddot{\vec{z}}|\ll|\ddot{\vec{z}}|$), la solution générale ou l'intégrale générale de la loi différentielle (3). Mais, du moment où le rayonnement de l'électron devient important, le champ propre de l'électron $\vec{E}^{(\mathrm{ret})}$ fait sentir son influence, et les trajectoires ne satisfont plus à l'équation de NEWTON (3). Le calcul de $m\ddot{\vec{z}}$ à partir de l'expérience ne donne alors plus $e\,\vec{E}^{(\mathrm{inc})}$, mais les nouvelles électrodynamiques prédisent, dans certains cas, une relation différentielle de la forme:

$$m\ddot{\vec{z}}(t)=e\vec{E}^{(\mathrm{inc})}\left(\vec{z}(t)\right)+m\tau\dddot{\vec{z}} \tag{4}$$

+ des termes supplémentaires contenant en général des termes fonctionnels (non linéaires en $\vec{E}^{(\mathrm{inc})}$ et $\overset{(n)}{\vec{z}}$). Mais il serait erroné de croire que (4) est la loi différentielle dont la famille des trajectoires (2) est l'intégrale générale. Considérons, pour le montrer, l'électrodynamique de WENTZEL-DIRAC, dans laquelle les «termes supplémentaires» sont rigoureusement nuls (mais où le terme du freinage $m\tau\dddot{\vec{z}}$ subsiste).

L'intégrale générale de (4)

$$\vec{z}(t)=\vec{G}\left(t+T;\ \vec{z}(-T),\ \dot{\vec{z}}(-T),\ \vec{a}\right) \tag{5}$$

dépend évidemment, en plus des deux paramètres, position initiale $\vec{z}(-T)$ et vitesse initiale $\dot{\vec{z}}(-T)$, d'une troisième constante d'intégration $\vec{a}$ (les autres électrodynamiques font intervenir un nombre infini de constantes $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \ldots$). On peut choisir, pour $\vec{a}$, par exemple l'accélération initiale $\vec{a}=\ddot{\vec{z}}(-T)$. La position initiale étant en dehors du condensateur, on est alors tenté de poser $\vec{a}=\ddot{\vec{z}}(-T)=0$. Mais il arrive que ces conditions initiales donnent lieu à une famille:

$$\vec{z}(t)=\vec{G}\left(t+T;\ \vec{z}(-T),\ \dot{\vec{z}}(-T),\ 0\right) \tag{6}$$

qui est toute différente de la famille (4). Car l'électron continuerait à s'accélérer continuellement, même en dehors du condensateur («mouvement hyperbolique» dans le monde de MINKOWSKI). Une famille, contenue dans (5) et tendant à la limite $\tau\to 0$ vers la famille (4), peut être obtenue, comme DIRAC l'a montré, par l'introduction d'une fonction particulière $\vec{a}=\vec{a}\left(\vec{z}(-T),\ \dot{\vec{z}}(-T)\right)$ pour l'accélération initiale. On voit bien ainsi (comme nous le disons plus haut), qu'il serait erroné de vouloir considérer comme loi mécanique les équations (4). Les électrodynamiques mentionnées ont été établies en se basant sur le *principe différentiel* de continuité pour la quantité de mouvement-énergie et pour le moment angulaire. Par contre les lois mécaniques, telles que nos trajectoires réelles nous les montrent, sont des intégrales (2). Nous demanderons donc qu'elles satisfassent au *principe intégral* de la conservation de la quantité de mouvement-énergie et du moment angulaire.

Nous n'avons écrit en (2) que la trajectoire de l'électron. Pour le champ électrique $\vec{E}$ (résultante du champ du condensateur $\vec{E}^{(\mathrm{inc})}$ et du champ retardé $\vec{E}^{(\mathrm{ret})}$ émis par l'électron accéléré) une formule intégrale, analogue à (2) doit exister:

$$\vec{E}(\vec{x},t)=\vec{\mathfrak{F}}\left(t+T,\vec{x};\ \vec{z}(-T),\ \dot{\vec{z}}(-T),\ \vec{E}^{(\mathrm{inc})}\right) \tag{2a}$$

Ce n'est en effet que par l'étude de ce champ résultant que nous «voyons» (avec toute la précision voulue) la trajectoire discutée. Cette étude du champ émis serait toujours à des distances $|\vec{x}-\vec{z}|$ très grandes par rapport à $c\tau$. ($c\tau = 1{,}8 \times 10^{-13}$ cm. est le «rayon» de l'électron «ponctuel»). Or, à ces grandes distances, l'expérience nous montre que, non seulement les définitions $\vec{B} = -\operatorname{rot} \vec{E}$ et $\operatorname{div} \vec{B} = 0$, mais aussi les équations homogènes de MAXWELL:

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0 \qquad \dot{\vec{E}} - c \operatorname{rot} \vec{B} = 0$$

sont valables. Les électrodynamiques nouvelles permettent, dans certains cas, aux environs de l'électron, des développements:

$$\operatorname{div} \vec{E}(\vec{x},t) = \varrho\left(\vec{x} - \vec{z}(t),\ \dot{\vec{z}}(t),\ \ddot{\vec{z}}(t), \ldots \vec{E}, \vec{B}, \ddot{\vec{E}}, \ldots\right)$$

$$\dot{\vec{E}} - c \operatorname{rot} \vec{B} = \vec{J}\left(\vec{x} - \vec{z}(t), \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \ddot{\vec{E}}, \ldots\right) \quad \text{(4a)}$$

Nous avons marqué par des ...... que ϱ et $\vec{J}$ dépendent d'une façon très compliquée de $\vec{E}, \vec{B}$, c'est-à-dire de leur rot, div et de leurs dérivées spatiales supérieures. Le champ $\vec{E}\ (x,t)$ à grande distance, observé sous forme de la fonction intégrale (2a) n'est ainsi pas non plus la solution générale de l'équation aux dérivées partielles d'ordre très élevé (4a).

Il s'agit donc de trouver le procédé qui permet d'établir la fonction $\vec{F}$ en (2) et la fonctionelle $\vec{\mathfrak{F}}$ en (2a) sans se servir des lois différentielles (4) et (4a). Cette mécanique fonctionnelle doit, à la limite $\tau \to 0$, donner la famille de solutions caractérisée par la mécanique de NEWTON (3) et la théorie de MAXWELL (4a) avec ϱ et $\vec{J}$ = densités de charge et de courant d'une charge ponctuelle e. On peut exprimer cette condition limite par un principe de correspondance spatio-temporel $\lim \frac{c\tau}{\Delta x} \to 0$ ou $\lim \frac{\tau}{\Delta t} \to 0$, valable pour des intervalles spatiaux Δx ou temporels Δt grands. Ce principe est, dans une certaine mesure, l'analogue du principe de correspondance impulso-énergétique $\lim \frac{h k}{\Delta P} \to 0$ ou $\lim \frac{h\omega}{\Delta H} \to 0$, valable pour des changements d'impulsion ΔP ou d'énergie ΔH grands[1]. Nous avons établi autre part (IV) les lois de cette mécanique. Elles ont montré qu'en vertu du principe de conservation, on peut exprimer la famille des trajectoires $\vec{z}(t)$ et des évolutions du champ $\vec{E}(\vec{x}, t)$ par des transformations canoniques finies. Dans le cas des trajectoires, elles transforment en (1) les variables $\vec{z}(-T)$ et $\dot{\vec{z}}(-T)$ en $\vec{z}(t)$ et $\dot{\vec{z}}(t)$, et dépendent du paramètre $t+T$ représentant l'intervalle fini. Ce groupe de transformations est la généralisation naturelle du groupe de transformations canoniques infinitésimales, de la mécanique rationnelle, qui transforme, à tout instant t, les valeurs $\vec{z}(t)$ et $\dot{\vec{z}}(t)$ en $\vec{z}(t+dt) = \vec{z}(t) + dt\,\dot{\vec{z}}(t)$ et $\dot{\vec{z}}(t+dt) = \ldots$. Ces lois infinitésimales (2) sont indépendantes de l'époque t et elles sont fonctions linéaires de l'intervalle infinitésimal dt.

[1] $2\pi h = 6{,}6 \times 10^{-27}$ erg sec est la constante de PLANCK. $\vec{k}$ et ω sont le vecteur et la fréquence (pulsation) d'une onde.

La transcription de la mécanique fonctionnelle en théorie des quanta nous fournira la théorie recherchée plus haut, à laquelle nous demandions de décrire l'interaction entre les différents champs quantifiés d'une manière invariante et sans contradiction. Cette transcription s'impose maintenant d'une manière tout aussi naturelle que celle utilisée autrefois pour faire correspondre à un problème de NEWTON (3) une équation de SCHRÖDINGER

$$\dot{\Psi}(t) = -\frac{i}{h} H\, \Psi(t) \qquad (6)$$

La transformation (6) est une transformation infinitésimale unitaire (laissant invariante la normalisation de la fonctionnelle Ψ de SCHRÖDINGER). Il est alors évident qu'une transformation finie, caractérisée par un opérateur unitaire S (alors que H était hermitien)

$$\Psi(t) = S(t+T)\,\Psi(-T) \qquad (7)$$

est la généralisation de (6), qui correspond à la mécanique fonctionnelle. On s'aperçoit alors que la «théorie des grandeurs observables associées aux particules élémentaires», proposée par HEISENBERG (1943) à (1945) est contenue dans cette mécanique fonctionnelle quantifiée. HEISENBERG propose de caractériser, par le moyen d'une matrice S, unitaire et invariante, la fonction d'onde de SCHRÖDINGER Ψ dans l'espace de configuration pour des distances spatiales infinies[1]. On peut alors montrer que cette matrice S de HEISENBERG est identique à l'opérateur $S(2T)$ pour $t = T = \infty$ dans (7). L'identité entre ces deux grandeurs provient du fait que l'époque initiale $-T$ et l'époque finale $t = +T$ en (7) sont deux époques asymptotiques, où l'interaction entre les particules et quanta n'a pas encore commencé, ou alors où elle a définitivement cessé, tandis que, chez HEISENBERG, les configurations reliées par S sont des configurations asymptotiques où les particules entrant en collision sont si éloignées l'une de l'autre que leur comportement peut être décrit par une superposition d'ondes planes de SCHRÖDINGER.

Comme le faisait l'équation de SCHRÖDINGER (5), la transformation finie détermine des solutions stationnaires. Celles-ci correspondent, dans la limite $\tau \to 0$, aux états stationnaires de SCHRÖDINGER pour deux particules liées l'une à l'autre par une force attractive (par exemple $e\,\vec{E}^{(\mathrm{inc})}$ en électrodynamique).

La mécanique quantique des transformation finies permet, en principe, de traiter, en plus des effets de premier ordre, tous les effets d'ordre supérieur (frei-

[1] Plus exactement, HEISENBERG décompose le $\Psi^{(0)}$ du problème sans collision (onde plane) en deux parties $\Psi^{(0)} = \Psi^{(0-)} + \Psi^{(0+)}$ correspondant à la décomposition en ondes sphériques incidente et émergente. Le vrai Ψ, pour des distances infinies, est alors $\Psi = \Psi^{(0-)} + S\,\Psi^{(0+)}$.

nage de radiation, production des gerbes). Les contradictions de l'ancienne théorie des quanta interdisaient ces calculs.

Les méthodes employées par HEITLER, PENG et GORA (1942) à (1945) correspondent aux résultats obtenus par un choix particulier d'électrodynamique fonctionnelle (resp. de «meso» dynamique) (BOUVIER et STUECKELBERG (1944)).

§ 3. *La signification du principe de correspondance spatio-temporel*

Ajoutons enfin quelques réflexions destinées à faire comprendre le principe de correspondance spatio-temporel: Le principe de correspondance impulso-énergétique avait obligé le physicien à penser en images abstraites. La position et l'impulsion d'une particule n'avaient plus de sens précis (principe d'incertitude de HEISENBERG). Une abstraction du même genre, mais sur un plan tout à fait différent, est exigée aujourd'hui pour pouvoir penser en mécanique fonctionnelle. Nous avons décrit ci-dessus le problème, dans lequel un électron entrait dans un condensateur $\vec{E}^{(\mathrm{inc})}$ et nous parlions à tout instant de la posibilité de voir l'évolution de ce phénomène. Or, par «voir», on comprend l'analyse très approfondie de $\vec{E}(\vec{x}, t)$ à une distance $|\vec{x}-\vec{z}| \gg c\tau$. Cette analyse rend possible la détermination, à tout instant t, de la distribution ϱ et $\vec{J}$ de charge et courant libres. Ils sont définis comme les inhomogénéités des équations (4a). Or, on peut montrer que, pour toute électrodynamique asymptotique, dont le $\vec{E}(\vec{x},t)$ à l'infini correspond à une source libre ponctuelle, on observera toujours que le point singulier $\vec{z}(t)$ ainsi calculé s'accélère à un instant $t=t_0'$, qui précède l'entrée à $t=t_0$ de ce point dans le condensateur.

Indépendamment de l'électrodynamique particulière choisie, la valeur minimale de la différence t_0-t_0' est toujours $\gg 2\tau$. Cette «prémonition de l'électron» (anthropomorphisme qui identifie le «point vu» avec l'«endroit de l'électron») a été introduite par DIRAC (1938).

Comme certains auteurs (BOPP (1944)) essayent de trouver des théories dans lesquelles cette prémonition serait absente, il nous semble utile d'indiquer les raisons montrant que toute tentative semblable est vouée à un échec.

Le paramètre τ est un invariant caractérisant l'interaction entre particule et champ électromagnétique. Il s'introduit automatiquement dans le formalisme différentiel, en vertu du principe de conservation d'énergie, pour autant qu'un tel formalisme différentiel correspondant existe[1]. Ce n'est que dans ce formalisme différentiel qu'il donne lieu à cette prémonition. Le paradoxe de cette prémonition est ainsi purement une affaire de langage: Si l'on veut, à tout prix, énoncer la théorie dans le langage d'équations différentielles ((4) et (4a)) pour une particule ponctuelle ayant à chaque instant t un endroit $\vec{z}(t)$, on doit attribuer à ces particules une prémonition s'étendant sur 2τ. — Mais, si l'on renonce à donner un sens précis (à $2c\tau \sim 3{,}6 \times 10^{-13}$ cm. près) à la notion de l'endroit $\vec{z}$ d'une particule élémentaire, on choisit un autre langage ou $\Delta z \gg 2c\tau$ et $\Delta t \gg 2\tau$ jouent le rôle d'une incertitude spatio-temporelle dans l'espace-temps quadridimensionel physique, analogue à l'incertitude $\Delta z \Delta P \gg h$ et $\Delta t \Delta H \gg h$ impulso-énergétique dans l'espace-temps octodimensionel de phase.

Littérature

BOPP, Ann. d. Phys. *38*, 345 (1940); *43*, 573 (1943). — BOPP, sous presse (1944). — BOUVIER et STUECKELBERG, C. R. Soc. Phys. et Hist. Nat. Genève, *61*, 162 (1944). — DIRAC, Proc. Roy. Soc. *167*, 198 (1938). — HEISENBERG (1943) à (1945), Z. f. Phys. *120*, 513 et 673 et deux articles sous presse. — LANDÉ et THOMAS, Phys. Rev. *60*, 514, (1941). — STUECKELBERG Nature, *144*, 118; *153*, 143 (1939) à (1945); Helv. Phys. Acta, *14*, 51 (réf. I); *16*, 427; *17*, 3 (réf. II); *18*, 21 (réf. III); *18*, sous presse (réf. IV). — WENTZEL, Z. f. Phys. *86*, 479 et 635 (1934). — WENTZEL, Helv. Physica Acta, *13*, 269 (1940) à (1945), et des articles suivants dans les Helv. Physica Acta. — WENTZEL et FIERZ, Helv. Physica Acta, *17*, 215 (1944).

[1] Ce qui est nullement nécessaire en mécanique fonctionnelle (cf. IV).

Moderne Kosmogonie

Von E. v. D. PAHLEN

Von den zahlreichen Ästen, die der uralte Stamm der astronomischen Wissenschaft im Laufe seiner vielhundertjährigen Entwicklung getrieben hat, ist die Kosmogonie heute zweifellos der schmächtigste und der am stärksten zurückgebliebene; und dies hängt keineswegs mit einem Mangel an Interesse für die Fragen des Werdens und Vergehens der Himmelskörper oder des gesamten Weltalls zusammen, die ganz im Gegenteil stets das brennendste Interesse weitester Fach- und Laienkreise auf sich gefesselt haben, sondern mit den gerade diesem Gebiete der astronomischen Forschung eigentümlichen, besonders großen Schwierigkeiten, die uns die Erlangung eines einigermaßen sicheren Wissens auf ihm beinahe unmöglich machen. Das Bild, welches das Universum dem kurzlebigen menschlichen Beobachter bietet, ist weit-